

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA CINÉTICA DE SECADO EN ESTUFA DE CUBOS DE PIÑA VARIEDAD ESPAÑOLA ROJA

Daniel Sánchez-Piloto^{1}, Sheyla Abreu-Saiz¹, Anabel Frías-Chirino², Jorge L. Leyva-Rodríguez¹,
Carolina Sera-Rodríguez¹, Yunisleidy Ramos-Lage¹ y Jennifer Mackay-Hernández¹*

¹Instituto de Investigaciones en Fruticultura Tropical. Calle 7ma No 3005, La Habana, Cuba.

E-mail: sanchezpilotodaniel@gmail.com

²Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría. C.P. 19390, La Habana, Cuba.

Recibido: 06-06-2022 / Revisado: 10-07-2022 / Aceptado: 14-09-2022 / Publicado: 21-09-2022

RESUMEN

El objetivo del trabajo fue evaluar la influencia de los pretratamientos de secado combinados (microondas y deshidratación osmótica) sobre la cinética de secado en estufa de cubos de piña variedad Española roja, mediante el empleo de modelos matemáticos teóricos y empíricos. Para la investigación, las muestras fueron secadas por microondas durante 5 y 7 min, deshidratadas osmóticamente (sacarosa, 50 °Brix) por 3 h y finalmente secadas por conducción en estufa. Se realizaron cinco réplicas para cada tiempo, obteniéndose las cinéticas de secado y analizándose a través de seis modelos matemáticos. Se determinó la existencia de diferencias significativas, con respecto al tiempo de secado de las muestras por microondas, entre todos los parámetros de los modelos, excepto en el parámetro a del modelo de Henderson y Pabis. Además, se determinó que el modelo de Peleg fue el que describió con mayor precisión las cinéticas de secado.
Palabras clave: modelos matemáticos, cinética de secado, piña.

ABSTRACT

Mathematical modeling of the drying kinetics in an oven of Red Spanish variety pineapple cubes

The objective of this work was to evaluate the influence of the combined drying pretreatments (microwave and osmotic dehydration) on the drying kinetics of red Spanish pineapple cubes in an oven, through the use of theoretical and empirical mathematical models. For the investigation, the samples were dried with microwave for 5 and 7 min, osmotically dehydrated (sucrose, 50 °Brix) for 3 h and finally dried in a conductive oven. Five replicates were made for each time, obtaining the drying kinetics and analyzing them through six mathematical models. The existence of significant differences was determined, with respect to the drying time of the samples by microwave, between all the parameters of the models, except in the parameter a of the Henderson and Pabis model. In addition, it was determined the Peleg model was the one that most accurately described the drying kinetics.

Keywords: mathematical models, drying kinetics, pineapple.

INTRODUCCIÓN

El aumento progresivo de la población mundial, así como la falta de alimentos suficientes para cubrir sus necesidades, ha traído como resultado un incremento constante en el desarrollo de investigaciones en el sector agrícola dirigidas a potenciar la producción y a mejorar la eficiencia en su aprovechamiento, de ahí que surja como alternativa, la aplicación de diferentes procesos agroindustriales para lograr extender el período de vida de dichas producciones (1). Entre los métodos de conservación de alimentos más utilizados se encuentran las técnicas de secado o deshidratación, que resultan ser factibles en la obtención de un producto para el consumo con cierto parecido al mismo en estado fresco (1, 2). Múltiples autores han usado combinaciones de diferentes métodos de secado con el objetivo fundamental de disminuir el tiempo total del proceso, a la vez de obtener un producto de óptima calidad y de gran aceptación entre los consumidores.

En la industria alimentaria resulta imprescindible construir modelos matemáticos que, a un buen nivel de aproximación, expliquen los fenómenos de transferencia de masa que ocurren durante el secado, mediante ecuaciones de fácil y alta aplicabilidad en el control de técnicas productivas (3). Su uso permite describir, predecir y optimizar el proceso de secado mediante la evaluación del efecto de los parámetros sobre las condiciones finales del proceso (4). Estos modelos pueden clasificarse en teóricos y empíricos, y todos tienen su base en la segunda ley de Fick (3, 5, 6).

La piña es una fruta que posee excelentes propiedades nutricionales y terapéuticas, siendo de gran interés su conservación a escala mundial. Teniendo en cuenta lo anteriormente planteado el presente trabajo tuvo como objetivo, evaluar la influencia de los pretratamientos de secado combinados (microondas y deshidratación osmótica) sobre la cinética de secado en estufa de cubos de piña variedad Española roja, mediante el empleo de modelos matemáticos teóricos y empíricos.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los experimentos se realizaron con frutos de piña (*Ananas comosus* L.) variedad Española roja, provenientes de la empresa Cítricos Ceiba, en Caimito, provincia Artemisa. La elección de las frutas se desarrolló de manera aleatoria, teniendo en cuenta su madurez fisiológica (máximo crecimiento y maduración), coloración y ausencia de defectos superficiales (golpes o magulladuras), con el objetivo de conseguir la mayor homogeneidad posible de las muestras de partida y reducir de este modo la heterogeneidad en los resultados.

Las piñas fueron peladas y cortadas en cubos con dimensiones aproximadas de 1,0 x 1,0 x 1,0 cm con una variación de $\pm 0,2$ cm. Esta geometría y tamaño seleccionados facilita la transferencia de masa, acelerando el proceso de DO (1). Se determinaron la humedad inicial de los cubos de piña con una balanza de humedad (precisión $\pm 0,001$ g) y los sólidos solubles totales expresados como °Brix en un refractómetro digital (precisión $\pm 0,2$ °Brix).

Se tomaron cubos de piña equivalentes a 200 g para cada corrida experimental (12 corridas). La mitad de ellas fueron sometidas a un secado de 5 min por microondas (MO) Daewoo (Corea del Sur) y la otra mitad, durante 7 min, todas a una potencia de 600 W. Las muestras fueron pesadas en una balanza analítica y se determinó su contenido de humedad.

Posterior al secado por MO, las muestras fueron deshidratadas osmóticamente durante 3 h, teniendo en cuenta una proporción peso de muestra inicial/volumen de solución osmótica de 1:5. En una investigación previa se demostró que después de transcurrido este tiempo existe muy poca variabilidad en la pérdida de humedad y la ganancia de sólidos solubles en cubos de piña, sometidos a un secado previo de 5 o 7 min en horno microondas (7). Para elaborar la solución osmótica empleada (sacarosa 50 °Brix), se adicionaron 1 kg de agua y 1 kg de azúcar en un vaso de precipitado de 3 L, el cual se colocó en una plancha de calentamiento con agitación manual de forma continua hasta alcanzar los 100 °C, momento en el que fue retirado y puesto en reposo hasta alcanzar los 30 ± 1 °C. La muestra deshidratada se escurrió por 2 min en un colador con papel de filtro para eliminar el exceso de solución osmótica. Posteriormente se determinó el peso, humedad y °Brix de la fruta deshidratada.

Las muestras fueron sometidas a un secado en estufa por conducción, de bandejas perforadas, marca Memmert (Alemania). El secado se realizó con el objetivo de obtener un *snack* de piña con un contenido de humedad lo más próximo posible a 15 %. Los cubos de piña fueron colocados uniformemente, como una monocapa sobre una malla metálica delgada, e introducidos en la estufa. Se obtuvieron las cinéticas de secado para cada muestra. Para ello se controló la pérdida de peso de la fruta por medición en una balanza analítica cada 15 min la primera hora y cada 30 min las restantes. Al alcanzarse la humedad deseada se registró el peso final de los cubos de piña y empacaron en frascos de vidrio sellados herméticamente para su posterior análisis. La humedad en cada instante de tiempo fue calculada mediante la ecuación 2, obtenida a partir del balance de masa planteado en la ecuación 1.

$$p_0(1 - w_0) = pt(1 - wt) \quad (1)$$

$$wt = 1 - \left(\frac{p_0(1-w_0)}{p_t} \right) \quad (2)$$

Donde p_0 : peso inicial de la muestra (kg), w_0 : humedad inicial de la muestra (kg /kg totales), p_t : peso de la muestra en un tiempo determinado (kg) y w_t : humedad de la muestra en un tiempo determinado (kg /kg totales)

Las cinéticas de secado (humedad vs. tiempo) fueron analizadas y descritas a través de seis modelos matemáticos, dos de ellos teóricos y cuatro empíricos. Las ecuaciones 3 y 4

$$\Psi = \frac{w-w_e}{w_0-w_e} = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^6} \exp \left[-D_{ew} * t * \frac{\pi^2}{4} (2n+1)^2 * \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \right] \quad (3)$$

$$\Psi = \frac{W-W_e}{W_0-W_e} = \exp \left(-\pi^2 * \frac{D_{ew}}{4L^2} * t \right) \quad (4)$$

$$W = W_0 - t / (k_1 + k_2 t) \quad (5)$$

$$\Psi = \exp(-kt^n) \quad (6)$$

$$\Psi = \exp(-kt)^n \quad (7)$$

$$\Psi = a * \exp(-kt) \quad (8)$$

Donde Ψ : humedad media adimensional; W : humedad media (kg /kg masa seca); W_e : humedad de equilibrio (kg /kg masa seca); W_0 : humedad inicial del producto (kg /kg masa seca); D_{ew} : coeficiente de difusividad efectiva del agua (m^2/s); a, b, c : semilongitud de los lados de los cubos de piña (m); L , longitud característica del cubo en la dirección de la difusión (m). t : tiempo (s); n : número de series de la sumatoria y k_1, k_2, k, n, a : parámetros de los modelos.

Para la solución del modelo difusivo teórico (ecuación 3) se tuvieron en cuenta los primeros 50 términos del desarrollo. Además, se consideró geometría cúbica del sistema, se asumió que $a = b = c = L$ y que la difusividad efectiva fue constante (7).

Los ajustes de los modelos se hicieron mediante el cálculo del porcentaje total de la varianza explicada (% var), que representa la varianza obtenida en cada modelo, variando entre 0 y 100 %. A continuación, se muestran las ecuaciones empleadas para su cálculo (9 a 11).

$$\%var = 1 - \frac{S^2_{yx}}{S^2_y} * 100 \quad (9)$$

$$S^2_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^N (W_{iexp} - W_{icalc})^2}{(N-1)} \quad (10)$$

$$S^2_y = \frac{\sum_{i=1}^N (W_{iexp} - W_{med exp})^2}{(N-1)} \quad (11)$$

Donde W_{iexp} : humedad media experimental (kg agua/kg masa seca), W_{icalc} : humedad media calculada por el modelo (kg/kg masa seca), N : número de medidas experimentales, I : Parámetros ajustados, S^2_y : desviación estándar correspondiente a la muestra y S^2_{yx} : desviación estándar.

representan los modelos teóricos (difusivo y difusivo simplificado), mientras que las ecuaciones 5 a 8 representan los modelos empíricos empleados: Peleg, Page, Page modificado, y Henderson y Pabis.

La bondad del ajuste se evaluó mediante el error medio relativo (EMR) (ecuación 12) a partir de la diferencia entre los valores de las humedades experimentales y calculadas respecto a los valores experimentales para cada instante de tiempo. El EMR indica el error medio relativo de las predicciones; valores inferiores al 10% indican un ajuste razonable para la mayoría de los casos (49).

$$EMR(\%) = \frac{100}{N} * \sum_{i=1}^N abs \frac{W_{iexp} - W_{icalc}}{W_{iexp}} \quad (12)$$

Los parámetros de todos los modelos empleados se determinaron con el método de optimización de Gradiente Reducido Generalizado disponible en la herramienta Solver de la hoja de cálculo Microsoft Office Excel 2013. Como función objetivo (ecuación 13) se consideró el promedio de los cuadrados de las diferencias entre los valores experimentales y calculados de la humedad media para cada tiempo. La optimización se realizó con una precisión de 10^{-10} y un criterio de convergencia de 10^{-6} . Para el procesamiento de todos los datos y resultados se empleó el programa estadístico InfoStat, ver. 2016.

$$FO = \frac{\sum_{i=1}^N (W_{iexp} - W_{icalc})^2}{N} \quad (13)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El diseño experimental planteado permitió obtener las cinéticas de secado de las muestras procesadas, así como identificar los modelos matemáticos que más se ajustaban y mejor describieron el secado en estufa de cubos de piña.

La Fig. 1 muestra el comportamiento de la humedad (kg /kg masa seca) durante el secado en estufa, de dos muestras de cubos de piña secadas anteriormente por microondas (5 y 7 min) y sometidas a un proceso de deshidratación osmótica.

Todas las muestras presentaron un comportamiento muy similar debido a que los experimentos fueron detenidos al alcanzar estas, valores de humedad cercanos al 15 %.

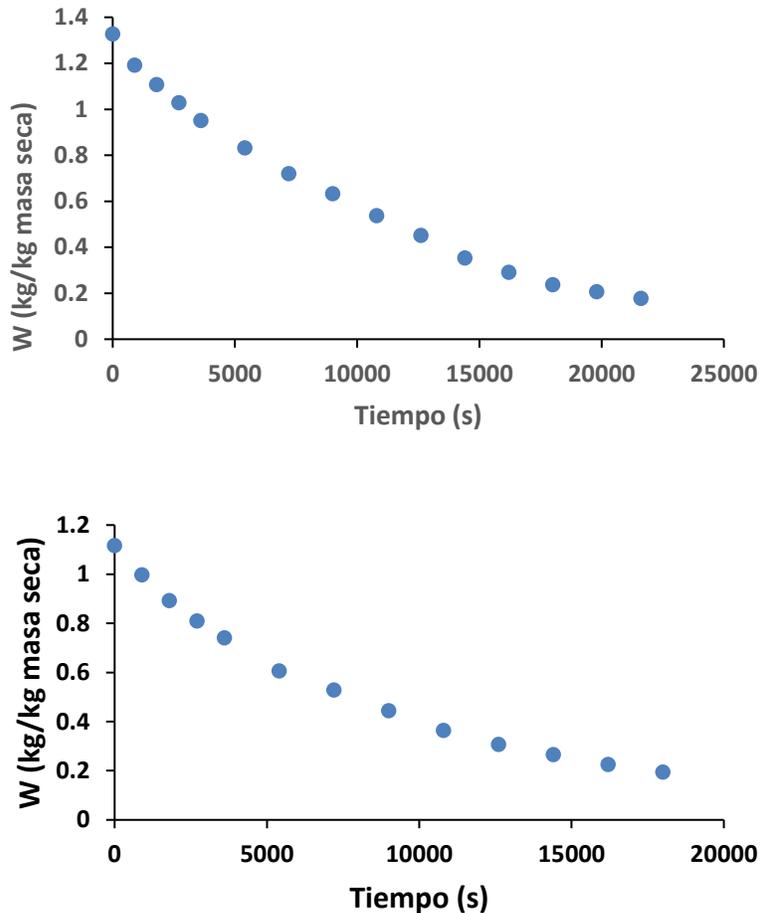


Fig. 1. Comportamiento de la humedad (W) respecto al tiempo de secado en estufa de una muestra de cubos de piña: (a) 5 min MO, (b) 7 min MO.

Las muestras sometidas a un secado de 7 min por MO previo a la DO, necesitan una hora menos de secado en estufa para obtener la humedad deseada en los cubos de piña (5 h). Esta disminución en el tiempo de secado resulta beneficiosa desde el punto de vista económico para el proceso, ya que representa un ahorro de energía eléctrica y un incremento de la vida útil del equipo.

Las curvas de secado (Fig. 1) no indican la existencia de un período de velocidad de secado constante, lo que prueba la hipótesis que considera que la humedad inicial del producto es igual a la humedad crítica. Se observa un marcado período de

velocidad decreciente con una tendencia exponencial, fenómeno común descrito en los alimentos (3, 10).

Se realizó un análisis de varianza entre los valores de humedad de las muestras tratadas previamente a 5 y 7 min por MO, considerando un tiempo de secado de cinco horas y se obtuvieron diferencias significativas entre dichos valores, es decir, el tiempo de secado tuvo influencia en la cinética secado en estufa de la piña osmodeshidratada.

Las Tablas 1 y 2 presentan los resultados de la modelación matemática de la cinética de secado de cubos de piña, a través de los modelos difusivo teórico y difusivo simplificado. Se

muestran los valores medios de difusividad efectiva (D_{ew}) resultantes y sus desviaciones estándar, así como los valores más desfavorables estimados del porcentaje de varianza explicada (%var) y el error medio relativo (EMR), para los diferentes tiempos de secado con microondas. Además, se muestran los resultados del análisis de varianza realizado.

Tabla 1. Valores obtenidos de D_{ew} por el modelo teórico difusivo

Tiempo (min)	$D_{ew} * 10^{10} (m^2/s)$	% var	EMR
5	6,77 (0,28) ^a	98,43	8,42
7	7,97 (0,42) ^b	98,99	7,22

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Tabla 2. Valores obtenidos de D_{ew} por el modelo difusivo simplificado

Tiempo (min)	$D_{ew} * 10^9 (m^2/s)$	% var	EMR
5	0,92 (0,02) ^a	99,85	4,74
7	1,06 (0,03) ^b	99,35	7,37

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Ambos modelos describen de manera satisfactoria la cinética de secado en estufa de los cubos de piña, ya que reportaron valores de porcentaje de varianza explicada por encima del 98,43 % y valores inferiores a 8,42 % de error medio relativo para la totalidad de las muestras analizadas. Los resultados del análisis de varianza señalaron la existencia de diferencias significativas en el parámetro D_{ew} , respecto al tiempo de secado por MO ($p \leq 0,05$). Los valores de difusividad efectiva del agua se encuentran dentro del intervalo determinado para alimentos (10^{-14} a 10^{-5}) entre 10 y 200 °C, y son muy similares a los obtenidos en piña y polen apícola (10^{-10} a 10^{-9}) (3, 7).

Las Tablas 3 a 6 reflejan los valores promedios de los parámetros obtenidos a partir de los modelos empíricos de Page, Page modificado, Peleg y Henderson y Pabis, respectivamente, para cada muestra analizada en dependencia del tiempo de secado en microondas (5 o 7 min). En dichas tablas, se presentan además, el menor valor de %var y el mayor de EMR para cada condición y modelo estudiado, así como los resultados del análisis estadístico.

Tabla 3. Parámetros del modelo de Page

Tiempo (min)	$k * 10^4$	n	% var	EMR
5	1,10 (0,20) ^a	0,99 (0,02) ^a	99,58	4,49
7	2,45 (0,82) ^b	0,91 (0,04) ^b	99,77	2,98

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Tabla 4. Parámetros del modelo de Page modificado

Tiempo (min)	$k * 10^4$	n	% var	EMR
5	0,93 (0,015) ^a	0,96 (0,02) ^a	99,58	4,74
7	1,00 (0,023) ^b	1,06 (0,01) ^b	97,79	7,37

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Tabla 5. Parámetros del modelo de Peleg

Tiempo (min)	k_1	k_2	% var	EMR
5	7880,52 (125,6) ^a	0,52 (0,01) ^a	99,72	4,98
7	6709,48 (277,7) ^b	0,71 (0,04) ^b	99,86	2,16

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Tabla 6. Parámetros del modelo Henderson y Pabis

Tiempo (min)	$k * 10^4$	a	% var	EMR
5	0,87 (0,03) ^a	0,99 (0,01) ^a	99,60	4,96
7	0,99 (0,03) ^b	0,98 (0,01) ^a	98,74	5,44

Letras distintas entre líneas indican diferencias significativas para $p \leq 0,05$.

(): desviación estándar.

Se aprecia que los cuatro modelos empíricos utilizados describen de manera satisfactoria las cinéticas de secado de los cubos de piña, ya que, en la generalidad de los casos se obtuvieron valores de varianza explicada superior a 97,79 % y de error medio relativo inferiores a 7,37.

Los modelos de Page y Peleg mostraron una mejor adecuación para describir las cinéticas de secado en estufa de las muestras previamente tratadas por MO durante 7 min, mientras que los modelos de Page modificado, y Henderson y Pabis lo hicieron para las muestras expuestas por 5 min a MO.

El parámetro k en los modelos de Page y Page modificado, y Henderson y Pabis mostró una tendencia creciente con el incremento del tiempo de secado por MO, lo que concuerda con los resultados obtenidos en piña (7). Los parámetros n y a , en estos modelos, no mostraron un comportamiento en particular con el tiempo de secado con MO, se comportan de forma diferente en función del modelo empírico empleado.

En el modelo de Peleg, los parámetros k_1 (constante de tiempo) y k_2 (constante de capacidad) tuvieron comportamientos diferentes, k_1 disminuyó a medida que aumentó el tiempo de secado por MO. Se conoce de la literatura que k_1 está directamente relacionada con la transferencia de materia del proceso, específicamente su inversa. En este caso, la inversa de este parámetro (k_1^{-1}) experimenta un comportamiento opuesto, lo que indica un incremento de la transferencia de masa en las muestras analizadas con respecto al incremento del tiempo del pretratamiento (Tabla 5). Un resultado similar fue observado en el estudio de la cinética de secado convectivo de polen apícola y cortezas de tomate, aunque la variable analizada fue la temperatura de secado de las muestras (3, 10). En cambio, el valor de la constante k_2 del modelo de Peleg aumentó con el tiempo de tratamiento, observándose diferencias significativas ($p \leq 0,05$). En la literatura se plantea que el parámetro k_2 es característico del material y no depende de las condiciones analizadas (3, 7)

En general, los resultados señalaron la existencia de diferencias significativas ($p \leq 0,05$) con respecto al tiempo de secado de las muestras con MO en todos los parámetros de los modelos, excepto en el parámetro a del modelo de Henderson y Pabis.

CONCLUSIONES

Las cinéticas de secado en estufa fueron descritas adecuadamente por todos los modelos utilizados, obteniéndose en la totalidad de los casos valores de %var superiores a 97,79 % y de EMR inferiores al 8,45 %. El modelo de Peleg es el que describe con mayor precisión las cinéticas de secado para todas las condiciones analizadas, debido a que posee los valores más elevados de %var y más pequeños de EMR. Existen diferencias significativas entre todos los parámetros de los modelos, excepto en el parámetro

a del modelo de Henderson y Pabis, con respecto al tiempo de secado de las muestras por MO.

REFERENCIAS

1. García A, Muñiz S, Hernández A, González L, Fernández D. Análisis comparativo de la cinética de deshidratación Osmótica y por Flujo de Aire Caliente de la Piña (*Ananas comosus*, variedad Cayena lisa). Rev Cienc Técn Agropec 2013; 22(1):62-9
2. Marrufo R, Idrogo M, Idrogo R, Coronado M. Piña deshidratada mediante procesos combinados de deshidratación osmótica y flujo de aire caliente. Revista Ciencia Norandina 2020; 2(2):115-22.
3. Ravelo C. Efecto del secado y la irradiación sobre la calidad del polen apícola [Tesis de Diploma]. La Habana: Universidad Tecnológica de La Habana; 2019.
4. Salcedo J, Contreras K, García A, Fernández A. Modelado de la cinética de secado del afrecho de yuca (*Manihot esculenta* Crantz). Rev Mex Ing Quím 2016; 15(3):883-91.
5. García M, Alvis A, García C. Modelado de la cinética de secado de mango pre-tratadas con deshidratación osmótica y microondas. Biotecnología en el Sector Agropecuario y Agroindustrial 2015; 13(2):22-9.
6. Cardoza J, Custodio D. Modelamiento matemático para predecir el comportamiento de la deshidratación osmótica de la piña MD2 (*Ananas comosus* variedad Comosus) [Tesis de Diploma]. Lambayeque: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo; 2015.
7. Hernández J. Efecto del secado por microondas sobre la cinética de deshidratación osmótica de la piña variedad Española roja [Tesis de Diploma]. La Habana: Universidad Tecnológica de la Habana, CUJAE; 2020.
8. Pedroso N. Secado por aire caliente y almacenamiento del polen apícola [Tesis de Maestría]. La Habana - Cuba: Universidad Tecnológica de La Habana; 2018.
9. García C, Sierra M, Miranda L. Modelado de la cinética de secado en microondas de ñame. Información Tecnológica 2016; 27(1):61-8.
10. Carnero R. Secado de corteza de tomate procedente de desechos de la industria [Tesis de Diploma]. La Habana: Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría; 2019